



Inferência Estatística I

PROFESSOR: RALPH DOS SANTOS SILVA

1. Seja $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ uma amostra aleatória de $(X|\pi) \sim \mathcal{BN}(m, \pi)$ tal que $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ seja o vetor dos valores observados. Suponha que m seja conhecido.

- (a) Encontre a função de verossimilhança de π , $f(\mathbf{x}|\pi)$.
- (b) Encontre o estimador de máxima verossimilhança de π .
- (c) Encontre o estimador de π pelo método dos momentos.
- (d) Suponha que $m = 30$, $n = 20$ e a amostra aleatória observada dada por

27	27	26	25	21	20	20	24	26	28
23	24	23	27	25	24	20	23	24	20

Faça o gráfico da função de verossimilhança utilizando o R.

- (e) Qual é a estimativa de π por máxima verossimilhança?
 - (f) Qual é a estimativa de π pelo método dos momentos?
2. Seja $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ uma amostra aleatória de $(X|\lambda) \sim \mathcal{P}(\lambda)$.
- (a) Encontre o estimador de máxima verossimilhança de λ .
 - (b) Encontre o estimador de λ pelo método dos momentos.
 - (c) Encontre o estimador de máxima verossimilhança de $\Pr(X = 0|\lambda)$.
3. Seja $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ uma amostra aleatória de $(X|\lambda) \sim \mathcal{E}(\lambda)$.
- (a) Encontre o estimador de máxima verossimilhança de λ .
 - (b) Encontre o estimador de λ pelo método dos momentos.
 - (c) Encontre o estimador de máxima verossimilhança de $\Pr(X > 1|\lambda)$.
4. Seja $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ uma amostra aleatória de $(X|\theta) \sim \mathcal{U}(-\theta, \theta)$ com $\theta > 0$.
- (a) Encontre o estimador de máxima verossimilhança de θ .
 - (b) Encontre o estimador de θ pelo método dos momentos.

5. Seja $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ uma amostra aleatória de $(X|\alpha, \beta) \sim \mathcal{PR}(\alpha, \beta)$ tal que $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ seja o vetor dos valores observados.
 - (a) Encontre a função de verossimilhança de (α, β) , $f(\mathbf{x}|\alpha, \beta)$.
 - (b) Encontre o estimador de máxima verossimilhança de (α, β) .
6. Seja $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ uma amostra aleatória de $(X|\alpha, \beta) \sim \mathcal{IG}(\alpha, \beta)$ tal que $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ seja o vetor dos valores observados.
 - (a) Encontre a função de verossimilhança de (α, β) , $f(\mathbf{x}|\alpha, \beta)$.
 - (b) Encontre o estimador de máxima verossimilhança de (α, β) .
 - (c) Encontre o estimador de (α, β) pelo método dos momentos.
 Explícite as devidas suposições quando necessário.
7. Seja $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ uma amostra aleatória de $(X|\mu, \sigma^2) \sim \mathcal{LN}(\mu, \sigma^2)$ tal que $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ seja o vetor dos valores observados.
 - (a) Encontre a função de verossimilhança de (μ, σ^2) , $f(\mathbf{x}|\mu, \sigma^2)$.
 - (b) Encontre o estimador de máxima verossimilhança de (μ, σ^2) .
 - (c) Encontre o estimador de (μ, σ^2) pelo método dos momentos.

Dica: Como $\text{Var}(X) = E(X^2) - E^2(X)$, podemos utilizar a fórmula da variância populacional e igualar a $M_2 - M_1^2$ (variância amostral com divisor n) quando aplicamos o método dos momentos.

Se desejarmos, podemos utilizar S^2 na seguinte igualdade: $\frac{(n-1)S^2}{n} = M_2 - M_1^2$.