



Inferência Estatística I

PROFESSOR: RALPH DOS SANTOS SILVA

1. Seja $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ uma amostra aleatória de $(X|\mu, \sigma^2) \sim \mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$. Considere $f(\mu, \sigma^2) \propto (\sigma^2)^{-1}$.

- (a) Encontre a distribuição a posteriori (conjunta) de (μ, σ^2) .
- (b) Encontre as distribuições condicionais (completas), isto é, $(\mu|\sigma^2, \mathbf{x})$ e $(\sigma^2|\mu, \mathbf{x})$.
- (c) Encontre a distribuição a posteriori marginal de μ . Qual é o valor esperado de μ a posteriori? E a variância?
- (d) Encontre a distribuição a posteriori marginal de σ^2 . Qual é o valor esperado de σ^2 a posteriori? E a variância?
- (e) Suponha que

4,43	1,42	-4,79	3,82	10,75	7,56	-0,38	5,88	0,73	10,42
5,10	2,60	3,99	0,91	5,06	0,59	-0,61	0,64	8,42	3,21

seja uma amostra observada.

- i. Encontre o intervalo de credibilidade de 95% para μ .
- ii. Encontre o intervalo de credibilidade de 95% para σ^2 .

Se necessário, utilize o programa R.

2. Seja $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ uma amostra aleatória de $(X|\alpha, \beta) \sim \mathcal{G}(\alpha; \beta)$. Considere a distribuição a priori de Jeffreys para (α, β) .

- (a) Qual é a distribuição condicional (completa) de $(\beta|\alpha, \mathbf{x})$?
- (b) Descreva a função de densidade de probabilidade condicional (completa) de $(\alpha|\beta, \mathbf{x})$ (a menos de uma constante de proporcionalidade).

3. Seja $((x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n))$ uma amostra aleatória observada do modelo $y_i = x_i \ln \alpha + \varepsilon$, com $E(\varepsilon) = 0$ e $E(\varepsilon^2) < \infty$. Estime α por mínimos quadrados.

4. Seja $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ uma amostra aleatória de $(X|\lambda) \sim \mathcal{E}(\lambda)$ com $E(X|\lambda) = 1/\lambda$. Seja $T = r(\mathbf{X}) = 2\lambda \sum_{i=1}^n X_i$.
- (a) Encontre a distribuição de T (condicional a λ)?
 - (b) Encontre o intervalo de confiança (bilateral) de nível γ para λ .