

PREVISÕES BAYESIANAS E MODELOS GRÁFICOS

Ralph dos Santos Silva

<http://www.ralphsilva.org/previsoesbayesianasemodelosgraficos.html>

Instituto de Matemática
Centro de Ciências Matemáticas e da Natureza
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Modelo de tendência estável (revisitando)

É composto apenas de um nível que varia segundo um passeio aleatório.

O modelo de tendência estável é dado por

$$\begin{aligned} \text{vendas}_t &= \mu_t + v_t, & v_t &\sim \mathcal{N}(0, V_t) \\ \mu_t &= \mu_{t-1} + w_t, & w_t &\sim \mathcal{N}(0, W_t). \end{aligned}$$

O nível permanece localmente constante, mas varia quando se considera longos períodos de tempo.

O modelo de tendência estável é obtido ao particularizar o modelo dinâmico com $\mathbf{F}_t = 1$ e $\mathbf{G}_t = 1$.

Para a série temporal de vendas de doce faremos $V_t = V$ e $W_t = W$ para todo t (homocedasticidade; variâncias constantes ao longo do tempo).

Observações importantes

Consideraremos a análise somente após observar toda a série. Isto se chama **análise suavizada**.

Nesta parte da aula, consideraremos somente a análise bayesiana.

Descreveremos o modelo e a distribuição priori dos parâmetros.

Utilizaremos o programa **OpenBUGS** para fazer as análises.

Calcularemos o **Critério de Informação do Desvio (DIC)** para comparar modelos.

Ver arquivo [doce_modelo_1.odc](#)

Operações básicas no OpenBUGS

1. *Model*→ *Specification...*
2. *check model*
Verificar por *model is syntactically correct*
3. *load data*
Verificar por *data loaded*
4. *compile*
Verificar por *model compiled*
5. *load inits* ou *gen inits*
Verificar por *initial values generated, model initialized*
6. *Inference*→ *Samples...*
7. *Model*→ *Update...* (até a convergência da cadeia)
8. *Inference*→ *DIC...*
9. *Model*→ *Update...* (para obter a amostra da posteriori)
10. *Inference*→ *Samples...* (para a análise dos valores gerados)
11. *Inference*→ *DIC...* (para conferir o valor do DIC)

Modelo de tendência linear (revisitando)

A tendência linear é quantificada através de um parâmetro adicional.

O modelo de tendência linear é dado por

$$\begin{aligned} vendas_t &= \mu_t + v_t, & v_t &\sim \mathcal{N}(0, V_t) \\ \mu_t &= \mu_{t-1} + \beta_{t-1} + w_{1t} \\ \beta_t &= \beta_{t-1} + w_{2t}, \end{aligned}$$

em que $\mathbf{w}_t = (w_{1t}, w_{2t})' \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{W}_t)$.

Esse modelo é obtido com $\mathbf{F}_t = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ e $\mathbf{G}_t = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

O nível permanece localmente linear, mas a forma da reta pode variar com o tempo.

Para a série de vendas de doce faremos $V_t = V$ e $\mathbf{W}_t = \mathbf{W} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{pmatrix}$ para todo t (independência e variâncias constantes ao longo do tempo).

Ver arquivo doce_modelo_2.odc

Modelo de regressão dinâmica (revisitando)

Introduzimos variáveis explicativas com coeficientes variando no tempo.

O modelo de regressão dinâmica é dado por

$$vendas_t = \mu_t + \beta_t \text{preço}_t + v_t, \quad v_t \sim \mathcal{N}(0, V_t)$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + w_{1t}$$

$$\beta_t = \beta_{t-1} + w_{2t},$$

em que $\mathbf{w}_t = (w_{1t}, w_{2t})^\top \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{W}_t)$.

Esse modelo é obtido com $\boldsymbol{\theta}_t = \begin{pmatrix} \mu_t \\ \beta_t \end{pmatrix}$, $\mathbf{F}_t = \begin{pmatrix} 1 \\ \text{preço}_t \end{pmatrix}$ e $\mathbf{G}_t = \mathbf{I}$.

Para a série de vendas de doce faremos $V_t = V$ e $\mathbf{W}_t = \mathbf{W} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 \end{pmatrix}$
para todo t (independência e variâncias constantes ao longo do tempo).

Ver arquivo [doce_modelo_3.odc](#)

Previsão

Estamos interessados na previsão de horizonte h na origem t , y_{t+h} .

Consideraremos o conjunto $\{y_{t+1}, y_{t+2}, \dots, y_{t+h}\}$ como não observados (dados faltantes).

Do ponto de vista bayesiano, estimaremos estas quantidades condicional aos dados.

Este procedimento é facilmente implementado no **OpenBUGS**.

Em geral, tomamos a média a posterior de y_{t+h} como a previsão (pontual).

Temos também o intervalo de previsão (intervalo de credibilidade) de y_{t+h} .

Ver arquivos [doce_modelo_1_b.odc](#) e [doce_modelo_2_b.odc](#)

Modelo de efeitos sazonais (outra forma)

Considere o modelo $y_t = \gamma_t + v_t$, em que γ_t é a componente de sazonalidade.

Seja s o número de períodos nos dados. Por exemplo,

- $s = 12$ para dados mensais;
- $s = 4$ para dados trimestrais; e
- $s = 7$ para dados diários.

Uma forma de modelar efeitos sazonais é através de variáveis binárias.

A soma dos efeitos do período devem ser igual a zero,

$$\gamma_t = - \sum_{j=1}^{s-1} \gamma_{t-j}.$$

Para permitir que o padrão mude ao longo do tempo, introduzimos um novo termo de erro,

$$\gamma_t = - \sum_{j=1}^{s-1} \gamma_{t-j} + w_t, \quad w_t \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2).$$

O valor esperado da soma dos efeitos sazonais é zero.

Exemplo de Superposição: Tendência Linear e Sazonalidade

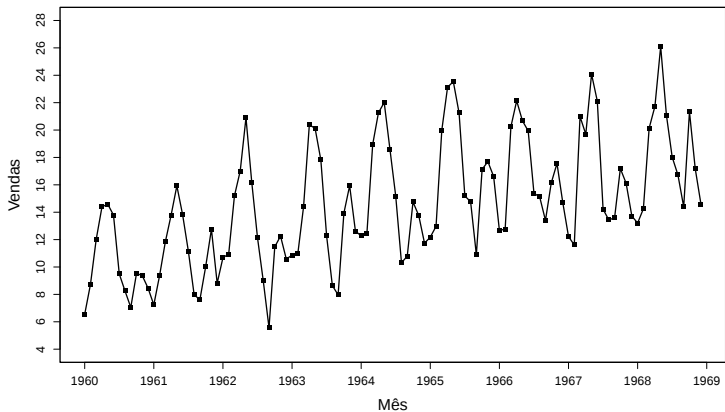


Figura: Vendas de carros nos EUA de janeiro de 1960 a dezembro de 1968.

Ver arquivo [carro_modelo_1.odc](#)