

PREVISÕES BAYESIANAS E MODELOS GRÁFICOS

PROFESSOR: RALPH DOS SANTOS SILVA

1. Considere o modelo gráfico direcionado da Figura 1.

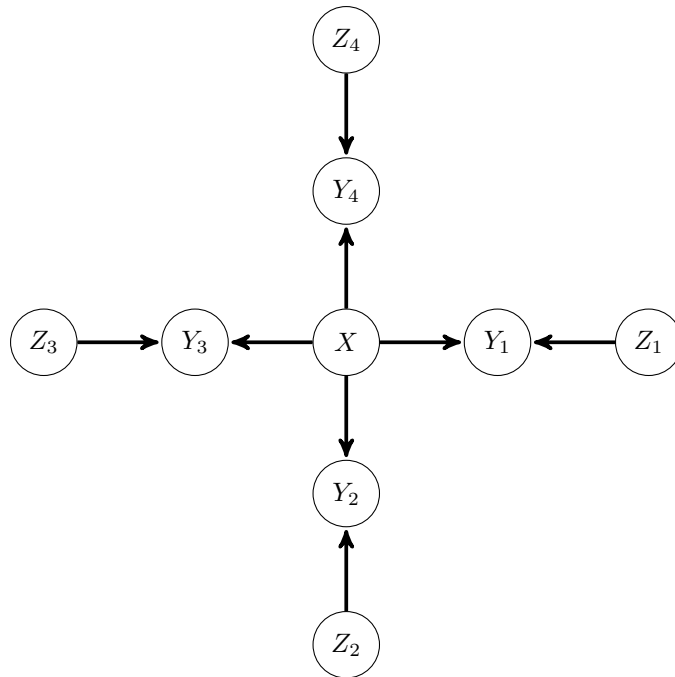


Figura 1: Um modelo gráfico direcionado.

- (a) Escreva a fatorização da distribuição conjunta. O interesse está na decomposição da função (de densidade) de probabilidade conjunta dada por

$$f(z_1, z_2, z_3, z_2, y_1, y_2, y_3, y_4, x).$$

- (b) Z_1 , Z_2 , Z_3 e Z_4 são marginalmente independentes?
- (c) Cada uma das variáveis Z_1 , Z_2 , Z_3 e Z_4 é marginalmente independente de X ?

2. Suponha a seguinte descrição de um modelo bayesiano para dados de painel, para $i = 1, 2, \dots, n$ e $j = 1, 2, \dots, m$,

$$\begin{aligned}
 y_{ij} &= \alpha_i + \beta_i x_{ij} + \varepsilon_{ij}, & \varepsilon_{ij} &\sim \mathcal{N}(0; \sigma^2) \\
 \alpha_i &= \mu_\alpha + \xi_i, & \xi_i &\sim \mathcal{N}(0; \tau_\alpha^2) \\
 \beta_i &= \mu_\beta + \eta_i, & \eta_i &\sim \mathcal{N}(0; \tau_\beta^2) \\
 \mu_\alpha &\sim \mathcal{N}(0; 10^6) \\
 \mu_\beta &\sim \mathcal{N}(0; 10^6) \\
 \tau_\alpha &\sim \mathcal{IG}(0, 01; 0, 01) \\
 \tau_\beta &\sim \mathcal{IG}(0, 01; 0, 01)
 \end{aligned}$$

Construa um modelo gráfico direcionado para a descrição do modelo bayesiano acima. Se desejar, pode utilizar o DAG da linguagem BUGS. Note que cada x_{ij} é tratado como uma constante conhecida.